PUASSON QAVSLARI VA UNING XUSUSIYATLARI

Almardonova Farangiz
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti, Denov, O‘zbekiston

Annotatsiya: Maqolada Puasson qavslari va ularning klassik mexanikadagi o‘rni, Hamilton formalizmi bilan bog‘liqligi hamda asosiy algebraik xususiyatlari yoritiladi. Xususan, chiziqlilik, antisimmetriklik, Yakobi ayniyati va Leybnits qoidasi bayon qilinadi. Shuningdek, Puasson qavslarining harakat integrallarini aniqlash, fizik kattaliklar orasidagi munosabatlarni ifodalash va dinamik sistemalar evolyutsiyasini tavsiflashdagi ahamiyati ko‘rib chiqiladi.

Kalit so‘zlar: Puasson qavslari, Hamilton formalizmi, klassik mexanika, dinamik sistema, chiziqlilik, antisimmetriklik.

Kirish

Puasson qavslari klassik mexanikada dinamik sistemalarning holatini ifodalovchi muhim matematik apparat bo‘lib, Hamilton formalizmining asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi. Puasson qavslari XIX asr boshlarida Joseph-Louis Lagrange va uning shogirdi Simon-Denis Poisson ishlari bilan bog‘liq holda shakllangan. Ular harakat tenglamalarini ixcham ko‘rinishda yozish va dinamik kattaliklarning o‘zgarishini tavsiflash uchun qo‘llaniladi.

Puasson qavslari ikki funksiyaning koordinatalar va impulslar bo‘yicha xususiy hosilalari orqali aniqlanadi. Ular chiziqlilik, antisimmetriklik, Leybnits qoidasi va Yakobi ayniyati kabi muhim algebraik xususiyatlarga ega. Bu xususiyatlar mexanik sistemalarning saqlanish qonunlarini o‘rganishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Puasson qavsining ta’rifi

Agar umumlashgan koordinatalar q_i va ularga mos impulslar p_i berilgan bo‘lsa, f(q,p,t) va g(q,p,t) funksiyalarining Puasson qavsi quyidagicha aniqlanadi:

$$\{f, g\} = \Sigma_{i=1}^{n} \left(\partial f/\partial q_i \cdot \partial g/\partial p_i - \partial f/\partial p_i \cdot \partial g/\partial q_i\right) \qquad (1)$$

Bu yerda n — erkinlik darajalari soni; q_i — umumlashgan koordinatalar, p_i esa ularga mos impulslarni bildiradi. f va g — faza fazosida aniqlangan silliq funksiyalardir. Ushbu amal natijasida yana bir funksiya hosil bo‘ladi.

Puasson qavslari bir nechta muhim xossalarga ega. Birinchidan, ular chiziqli: qavsning har bir argument bo‘yicha chiziqliligi bajariladi. Ikkinchidan, ular antisimmetrik bo‘lib, $\{f,g\} = -\{g,f\}$ tenglik o‘rinli. Uchinchidan, Leybnits qoidasi bajariladi: $\{f,gh\} = \{f,g\}h + g\{f,h\}$. To‘rtinchidan, Yakobi ayniyati bajariladi: $\{f,\{g,h\}\} + \{g,\{h,f\}\} + \{h,\{f,g\}\} = 0$.

Hamilton formalizmida Puasson qavslari yordamida dinamik kattalikning vaqt bo‘yicha o‘zgarishini ixcham yozish mumkin. Agar H — Hamilton funksiyasi bo‘lsa, u holda vaqtga oshkora bog‘liq bo‘lmagan f kattalik uchun uning o‘zgarishi quyidagicha ifodalanadi:

$$\dot{f} = \{f, H\} \quad (2)$$

Bu yerda H — sistemaning Hamilton funksiyasi. Agar f kattalik vaqtga oshkora bog‘liq bo‘lsa, uning to‘liq vaqt hosilasida $\partial f/\partial t$ hadi ham hisobga olinadi.

Puassonning muhim natijalaridan biri shundan iboratki, agar I va J Hamilton sistemasi uchun harakat integrallari, ya’ni saqlanuvchi kattaliklar bo‘lsa, tegishli shartlarda ularning Puasson qavsi {I,J} ham saqlanuvchi kattalik bo‘ladi. Bu xulosa Puasson qavsining Yakobi ayniyati va Hamilton dinamikasi bilan bog‘liq xususiyatlariga tayanadi.

Puasson qavslari va qattiq jism dinamikasi

Puasson qavslari faqat kanonik koordinatalar bilan ifodalangan sistemalarda emas, balki kanonik bo‘lmagan ko‘rinishdagi dinamik tenglamalarni o‘rganishda ham qo‘llanadi. Bunga erkin qattiq jismning Eyler tenglamalari misol bo‘la oladi. Ular quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\dot{x}_1 = (I_2 - I_3)/(I_2 I_3) \cdot x_2 x_3$$
$$\dot{x}_2 = (I_3 - I_1)/(I_3 I_1) \cdot x_3 x_1$$
$$\dot{x}_3 = (I_1 - I_2)/(I_1 I_2) \cdot x_1 x_2$$

Bu yerda I_1, I_2 va I_3 — jismning bosh inertsiya momentlari, x_1, x_2 va x_3 esa burchak impulsi vektorining tegishli komponentalaridir. Mazkur tenglamalar qattiq jismning aylanish dinamikasini tavsiflaydi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, Puasson qavslari klassik mexanikada dinamik sistemalarning evolyutsiyasini ifodalashda muhim matematik apparat hisoblanadi. Ular yordamida fizik kattaliklar o‘rtasidagi bog‘lanishlar va harakat tenglamalari ixcham shaklda yoziladi. Chiziqlilik, antisimmetriklik, Leybnits qoidasi va Yakobi ayniyati Puasson qavslarining asosiy algebraik tuzilishini belgilaydi. Ushbu qavslar Hamilton formalizmi, harakat integrallari, saqlanish qonunlari hamda qattiq jism dinamikasini tahlil qilishda qo‘llanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Caressa, P. The Algebra of Poisson Brackets. 2012.
2. Damianou, P. A. Nonlinear Poisson Brackets. PhD dissertation, The University of Arizona, 1989.