



IQTISODIY MASALALARNI KO‘P O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYALARNING XOSSALARI

Mardiyev Husniddin

*Mutaxassislik: 70540101- Matematik fizika va funksional analiz kafedrası
(1-kurs)*

Annotatsiya: Ushbu tezisda iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirishda ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarning ahamiyati ko‘rib chiqiladi. Iqtisodiy ko‘rsatkichlarning bir nechta omillarga bog‘liqligi ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar yordamida ifodalanadi. Shuningdek, qisman hosilalar, gradient, ekstremum va optimallashtirish masalalarining iqtisodiy tahlildagi roli yoritiladi. Qisman hosilalar orqali iqtisodiy ko‘rsatkichlarning o‘zgarish tezligi aniqlanadi, ekstremum shartlari esa maksimal foyda yoki minimal xarajatni topishga yordam beradi.

Kalit so‘zlar: ishlab chiqarish funksiyasi, omillarga bog‘liqligi, chiqarish hajmi.

1. Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyaning iqtisodiy modeli.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya umumiy holda quyidagicha yoziladi:

Bu yerda

$x_1, x_2, \dots, x_n$ - iqtisodiy omillar

z - natijaviy iqtisodiy ko‘rsatkich.

Masalan, ishlab chiqarish funksiyasi:

$$Q=f(K,L)$$

bu yerda:

Q -ishlab chiqarish hajmi

K - kapital

L - mehnat.

Eng mashhur iqtisodiy modellardan biri Cobb–Douglas ishlab chiqarish funksiyasi:

bu yerda

A - texnologiya koeffitsienti

α, β -ishlab chiqarish elastikligi.

2. Qisman hosila va uning iqtisodiy ma‘nosi.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyaning muhim xossalardan biri qisman hosila hisoblanadi.

Masalan:

Kapital bo‘yicha qisman hosila:

Isbot va tushuntirish



Qisman hosila ta'rifi:

Bu limit kapitalning juda kichik o'zgarishi ishlab chiqarishga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi.

Iqtisodiy talqin

Bu kapitalning chegaraviy mahsuloti (Marginal Product of Capital) deb ataladi.

Agar

bo'lsa, hosila olamiz:

Bu formula kapital bir birlikka oshganda ishlab chiqarish qanchaga oshishini ko'rsatadi.

3. Ekstremum masalasi (maksimal foyda).

Iqtisodiyotda ko'pincha maksimal foyda yoki minimal xarajat topiladi.

Foyda funksiyasi:

$$\Pi = R - C$$

bu yerda

R - daromad.

C - xarajat.

Agar foyda ikki o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa:

$$\Pi = f(x, y)$$

maksimum nuqtani topish uchun shart:

Isbot g'oyasi

Agar funksiya maksimum nuqtada ega bo'lsa, u nuqtada funksiya o'sishdan to'xtaydi. Demak barcha yo'nalishlarda o'zgarish nolga teng bo'ladi.

Shuning uchun qisman hosilalar nolga teng.

$$\nabla f = 0$$

bu yerda

Bu gradient nol bo'lishi sharti deyiladi.

4. Ikkinchi tartibli hosila orqali tekshirish.

Ekstremum turini aniqlash uchun Gesse matritsasi ishlatiladi.

Shartlar:

1. Agar

$$D > 0$$

va

$$f_{xx} < 0$$

bo'lsa maksimum.

2. Agar

$$D > 0$$

va

$$f_{xx} > 0$$

bo'lsa minimum.



3. Agar

$D < 0$

bo'lsa egar nuqta.

Bu iqtisodiy modellarni optimallashtirishda qo'llaniladi.

5. Cheklovli optimallashtirish (Lagranj usuli).

Iqtisodiyotda resurslar ko'pincha cheklangan bo'ladi.

Masalan:

$f(x,y) \rightarrow \max$

cheklov:

$g(x,y) = c$

Lagranj funksiyasi:

$L = f(x,y) + \lambda(c - g(x,y))$

Shartlar:

Bu usul iqtisodiyotda optimal resurs taqsimotini aniqlash uchun ishlatiladi.

Misol: Ishlab chiqarish funksiyasi

Korxonaning ishlab chiqarish jarayoni quyidagi Cobb–Douglas funksiyasi bilan ifodalanadi:

bu yerda:

Q - ishlab chiqarish hajmi

K - kapital miqdori

L - mehnat miqdori

Bu funksiya ishlab chiqarish hajmining kapital va mehnat omillariga bog'liqligini ko'rsatadi.

Qisman hosilalar

Kapital bo'yicha:

Mehnat bo'yicha:

Iqtisodiy talqin

- kapitalning chegaraviy mahsuloti

- mehnatning chegaraviy mahsuloti

Bu hosilalar kapital yoki mehnat bir birlikka oshganda ishlab chiqarish hajmi qanchaga oshishini ko'rsatadi.

Sonli hisob

Agar: $K=9, L=16$ bo'lsa

Natija: Kapital 1 birlikka oshganda ishlab chiqarish 2 birlikka, mehnat 1 birlikka oshganda esa 1.125 birlikka ortadi. Shunday qilib, berilgan sharoitda kapitalning ishlab chiqarishga ta'siri mehnatdan kuchliroq.

Xulosa

Ushbu tezisda ko'p o'zgaruvchili funksiyalar va ularning iqtisodiy modellashtirishdagi ahamiyati o'rganildi. Asosiy xulosalar quyidagilar:



Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar iqtisodiy jarayonlarni modellashda muhim vosita bo‘lib, bir nechta omillarning natijaviy ko‘rsatkichlarga ta‘sirini aniqlash imkonini beradi. Masalan, ishlab chiqarish hajmi kapital va mehnatga bog‘liq bo‘lib, Cobb–Douglas funksiyasi yordamida aniqlanishi mumkin.

Qisman hosilalar yordamida har bir iqtisodiy omilning natijaviy ko‘rsatkichga ta‘siri o‘lchanadi. Bu chegara mahsulotini aniqlash va resurslarning samaradorligini baholashda muhimdir.

Ekstremum masalalari iqtisodiyotda maksimal foyda yoki minimal xarajatni topish uchun ishlatiladi. Gradientning nolga tengligi orqali optimal nuqta aniqlanadi, ikkinchi tartibli hosila va Gesse matritsasi yordamida ekstremum turi aniqlanadi.

Cheklovli optimallashtirish (Lagranj usuli) resurslar cheklangan sharoitda optimal qarorlar qabul qilishda qo‘llaniladi. Bu usul yordamida resurslarni samarali taqsimlash va maksimal foyda yoki minimal xarajatga erishish mumkin.

Umuman olganda, ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar va ularning hosilalari iqtisodiy tahlil va qaror qabul qilish jarayonini tizimli va aniq qilishga xizmat qiladi. Ushbu metodlar iqtisodiy jarayonlarni matematik asosda o‘rganish va optimallashtirish uchun mustahkam nazariy poydevor yaratadi.

ADABIYOTLAR

1. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz asoslari II qism. – Toshkent, 2007.
2. (Bu darslik ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarni, ularning limit va differensial hisobini batafsil o‘rganadi.)
3. G‘oziyev A., Isroilov I. I. Matematik analizdan misol va masalalar. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2012.
4. (Qo‘llanma ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar bo‘yicha amaliy misollar va masalalar bilan ishlashni osonlashtiradi.)
5. Marsden J. E., Tromba A. J. Vector Calculus. – New York: W. H. Freeman, 2003.
6. (Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar, gradient, divergentsiya, ekstremumlar, qisman hosilalar)
7. Stewart J. Multivariable Calculus. – Boston: Cengage Learning, 2015.
8. (Ko‘p o‘zgaruvchili qisman hosilalar, ekstremumlar, ko‘p o‘lchovli integral)
9. Boyd S., Vandenberghe L. Convex Optimization. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
10. (Optimallashtirish, cheklovli va cheklovsiz maksimal/minimal masalalar)



11. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. – New York: McGraw Hill, 1976.
12. (Ko‘p o‘zgaruvchili funktsiyalar, limit, uzluksizlik, differensiallar)